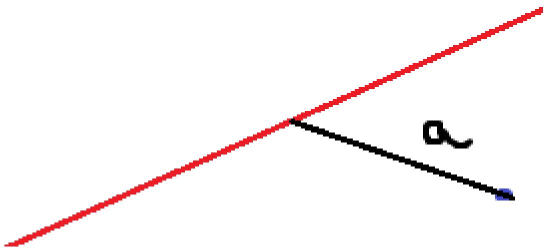
Разговор двух теоретиков:
- Ну как, удалось перенормировать твою теорию поля?
- Нет, вторичная перенормировка моей первично перенормируемой теории не перенормируется.
- Ну это плохо, вот перенормируешь, тогда с перенормировкой можно будет зажить перенормированно…

Перенормировка – бич теорий поля и всех теоретиков, над чем они постоянно страдают. Представить, что такое перенормировка теорий поля, в 3-м семестре невозможно. А вот осознать, просто что есть перенормировка, можно: есть любопытный пример из электростатики. Двух зайцев убьём: электростатику посмотрим и перенормировку тоже.

Вернёмся к формуле

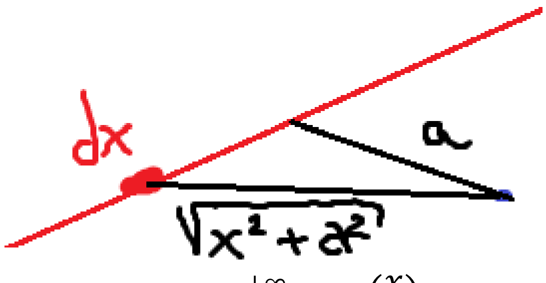
$$\varphi(\boldsymbol{r}) = C \iiint\limits_{\text{по } R^3}^{\text{по } R^3} d\varphi = C \iiint\limits_{\text{по } R^3}^{\text{по } R^3} \frac{\rho(\boldsymbol{r_1})}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}|} dV$$

и разберём любопытую задачу: прямая с линейной плотностью зарядов к.



Найти потенциал на расстоянии а от прямой.

Разобьём её на кусочки dx и проинтегрируем потенциал от каждого кусочка:



$$\varphi(a) = C \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = C \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\left(\frac{x}{a}\right)}{\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1}} = C \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\sqrt{y^2 + 1}}$$

Интеграл расходится!!! Как так, нет потенциала?

Вспомним, что потенциал определён с точностью до константы. В данном случае константа равна ∞ ☺

А вот Е отражает физическую суть и она всегда конечна. Считаем:

$$E(a) = C\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+a^2} * \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} = 2C\int_{0}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+a^2} * \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} = C\int_{0}^{+\infty} \frac{dx^2}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$= C\int_{0}^{+\infty} \frac{du}{(u+a^2)^{3/2}} = C\int_{a^2}^{+\infty} \frac{dv}{v^{3/2}} = -\frac{2C}{a}$$

И с её помощью восстанавливаем логарифм:

$$\varphi(a) = -\int E(b)db = \frac{2C}{\ln a}$$

Вот и готов ответ.

Как такое вышло? Потому что по формуле

$$\varphi(\boldsymbol{r}) = C\iiint_{\text{по } R^3}^{\text{по } R^3} d\varphi = C\iiint_{\text{по } R^3}^{\text{по } R^3} \frac{\rho(\boldsymbol{r_1})}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}|} dV$$

У нас должен был вылезти ответ

$$\frac{2C}{\ln a} + \infty$$

$\infty - \infty$ - вполне может разность оказаться конечным числом, как и оказалось.

Перенормировка – это и есть вычесть из бесконечности такую бесконечность, чтобы получить осмысленный ответ.